

TD 6

Exercice 1. Soit le système $Ax = b$ avec $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1. Montrer que ce système n'a pas de solution.
2. Afin de trouver une solution au sens des moindres carrés, écrire l'équation normale du système linéaire précédent.
3. Déterminer les solutions de l'équation normale. Trouver la solution de norme minimale.
4. Mêmes questions avec $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Exercice 2. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Écrire la décomposition en valeurs singulières de la matrice A . Calculer l'inverse généralisé de A , notée A^\dagger .
2. Calculer $A^\dagger b$ avec les deux seconds membres b de l'exercice 1.
3. Qu'observe-t-on ?

Exercice 3. Calculer une décomposition en valeurs singulières pour la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$.
Écrire son inverse généralisé A^\dagger .

Exercice 4. Soit $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ un 'nuage' de points 'plutôt' alignés. On cherche à calculer la droite de régression $y = ax + b$ où $a, b \in \mathbb{R}$ correspondant au problème de moindres carrés

$$\inf_{a,b} \sum_{i=1}^{i=n} (y_i - ax_i - b)^2.$$

Écrire l'équation normale du problème.